Menú principal

Distribuciones unidimensionales: Medidas de centralización.

Esquema

Mediana.

Se define la mediana como el valor de la variable estadística que divide en dos partes iguales a los individuos de la población supuestos ordenados por valor creciente del carácter.

Así, si se considera la estatura de 5 personas: 170, 183, 167, 162, 178. Para calcular la estatura mediana ordenamos los datos por valor creciente del carácter: 162, 168, 170, 178, 183 y el valor situado en el centro correspondería a la mediana.

En general, la mediana M será el valor de la variable para el cual F(M) = ½ en la curva de distribución.

Variables estadísticas discretas.

a) Si la población es **impar** la mediana corresponde a un valor de la variable estadística. Es el valor de x_i tal que: $n_1+ n_2+ \ldots+n_{i-1} < n/2 < n_1+ n_2+ \ldots+n_i$ o bien, $F(x_{i-0})<1/2<F(x_{i+0})$.

b) Si la población es par, no existe ningún valor exactamente en el centro de la distribución. Se conviene en designar al intervalo (x_i, x_{i+1}) como el intervalo mediano, siendo x_i, el valor tal que $F(x_i)=1/2$ y se considera la mediana como $M=(x_i+x_{i+1})/2$.

Variables estadísticas continuas.

La ecuación F(M)=1/2 tiene una única solución. En general se sitúa entre dos extremos de clase. Se determina el intervalo mediano, calculándose la mediana por interpolación lineal.

Propiedades.

Las desviaciones absolutas medias respecto de un valor *a*, son mínimas cuando *a* es la mediana. Es decir:

$$e_m(a) = \sum_{j=1}^{k} f_j \left| x_j - a \right|$$

es mínimo para a=M.

[Volver al principio]

Moda.

Es el valor más frecuente de la variable estadística. Corresponde al máximo en el diagrama de barras o en el histograma, según proceda. Si la v.e es discreta, la moda está bien definida. Si la variable estadística es continua, solo se puede definir la clase modal que corresponde al máximo de la frecuencia media por unidad de amplitud. Algunos autores asignan la Moda a la

$$M_o = L_1 + c.\frac{D_1}{D_1 + D_2}$$

marca de clase. También hay quien le asigna el valor:

donde D_1 y D_2 son las diferencias entre las frecuencias absolutas de la clase modal y de las clases anterior y posterior, respectivamente. Y L_1 es el extremo inferior del intervalo modal y *c* la amplitud del intervalo.

[Volver al principio]

Media.

La media de una variable estadística es la suma ponderada de los valores posibles por las frecuencias:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{k} f_i x_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i . x_i = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \ldots + n_k x_k}{n}.$$

Esta definición no es directamente aplicable cuando la variable estadística es continua. En este caso convenimos en asignar todos los valores de un intervalo a su marca de clase, con lo cual la variable estadística continua se trataría como si fuese discreta.

Propiedades.

1. La media de las diferencias a la media es nula.

$$\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x}) = 0$$

2. La media de los cuadrados de las desviaciones a un valor *a*, es mínima para *a*= $\bar{x}$.

$$Q(a) = \sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - a)^2.$$

[Volver al principio]

Generalización de la Media: φ-Media.

Se llama φ-media de una variable estadística discreta X con valores x_i y con frecuencias f_i la cantidad M_φ tal que:

$$\varphi(M_\varphi) = \sum f_i \varphi(x_i).$$

Ejemplos

1. Cuando φ (x)=Ln (x), tenemos la media geométrica.

2. Cuando φ (x)=x^r, tenemos la media de orden *r*.

- Si r=2 tenemos la media cuadrática.
- Si r=-1 tenemos la media armónica.

Las medias de orden r son crecientes con r. La media geométrica se puede considerar como la media de orden 0. Por tanto, se tiene: $H < G < \bar{x} < Q$, siendo H la media armónica, G la geométrica y Q la media cuadrática.

[Volver al principio]

Cuantiles.

El cuantil de orden α, siendo $0 \leq \alpha \leq 1$ denotado por x_α es la raíz de la ecuación $F(x) = \alpha$

Es decir, introduciendo la función F^{-1}, inversa de la función F:

$x_\alpha = F^{-1}(\alpha)$.

Una proporción igual a α de los individuos posee un carácter X inferior a x_α .

Se utilizan los cuartiles Q_1 y Q_3: Q_1 es el cuantil de orden ¼. Q_3 es el cuantil de orden ¾.

Análogamente se utilizan los *deciles*, los *centiles* o *percentiles*, los *mililes*, …

Los cuantiles se utilizan también como índices de dispersión: los intervalos intercuantílicos. Así, el intervalo intercuatílico Q_3-Q_1 contiene el 50% de la población, dejando el 25% de la población a la izquierda y el 25% a la derecha.

[Volver al principio]

Momentos.

Se llama momento de orden *r* respecto del valor a la cantidad:

$$_a m_r = \sum f_i (x_i - a)^r$$

- Momentos no centrales, cuando *a*=0.

$$m_r = \sum f_i x_i^r$$

- Momentos centrales, cuando $a = \bar{x}$.

$$\mu_r = \sum f_i (x_i - \bar{x})^r$$

[Volver al principio]