Menú principal

Esquema

Medidas de dispersión.

Si C es una medida de posición central y x_i un valor posible. Las cantidades:

$$x_i - C \quad y \quad |x_i - C|$$

se llaman, respectivamente, la desviación a la tendencia central y la desviación absoluta a la tendencia central.

Según se consideren las desviaciones o las desviaciones absolutas con respecto a la media o a la mediana y según que se considere la mediana o la media de la serie de desviaciones, se obtendrán varios índices de dispersión:

La ***desviación mediana*** o también desviación probable es la mediana de las desviaciones a la mediana.

Desviación absoluta media respecto a la mediana, es la media de las desviaciones a la mediana. Es, según se puede demostrar, la menor desviación absoluta media.

Desviación absoluta media respecto a la media es la media de las desviaciones absolutas a la media.

Estos índices de dispersión son a causa de sus complicaciones algebraicas, menos utilizados que la **desviación típica**. La desviación típica se define como la raíz cuadrada de las medias de las desviaciones cuadráticas a la media. Es decir:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x})^2}$$

Entre estas tres últimas se puede demostrar que verifican la siguiente desigualdad:

$$e_{M} \leq e_{\bar{x}} \leq \sigma$$

Cuando la variable estadística es discreta el calculo de la desviación típica no ofrece dificultad alguna. Cuando la variable es continua, no se puede trabajar directamente, indirectamente se puede trabajar haciendo la variable discreta y asignando todos los efectivos a la marca de clase. Por lo general, el error cometido será tanto menor cuanto más pequeños sean los intervalos. El resultado de esta "discretización" tiene como efecto aumentar la desviación típica. También se utiliza en los cálculos la **varianza** σ^2 que se define como el cuadrado de la desviación típica.

Coeficiente de variación se define como la razón de la desviación típica a la media.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

[Volver al principio]

Características de forma.

Coeficiente de asimetría. Si una distribución es simétrica sus diversos momentos centrales de orden impar son nulos. Fisher ha propuesto el siguiente coeficiente de asimetría:

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{\frac{3}{2}}}$$

Es invariante por cambio de origen y de escala y no tiene dimensiones.

Cuando γ_1 >0 el apuntamiento de la distribución está más acentuado hacia la derecha, si γ_1 <0, lo está hacia la izquierda y cuando vale 0, la curva es simétrica.

Coeficiente de aplastamiento. Fisher ha propuesto el coeficiente:

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3$$

que utiliza como prototipo para comparar la distribución normal, que tiene de coeficiente de aplastamiento 3. Si γ_2 >0 la distribución está menos aplastada que la normal (de la misma media y desviación típica), en caso de que esté mas aplastada el coeficiente será negativo.

Puesto que $\mu_4 \geq \sigma^4$ el coeficiente de aplastamiento siempre es mayor o igual que –2.

[Volver al principio]

Características de concentración.

Para variables estadísticas continuas cuyos valores son siempre positivos, como por ejemplo la distribución de salarios y de rentas, es posible definir una curva que representa la proporción de individuos p_i en % cuyo valor de la variable estadística (el sueldo) es inferior o igual a x_i (frecuencia absoluta acumulada en %), en función de q_i que representa, también en %, la proporción de los salarios ganados por el conjunto de los individuos cuyo sueldo es inferior o igual a x_i, con relación al total de los salarios (acumulada). La curva de p en función de q, se llama curva de concentración y está inscrita en un cuadrado de lado unidad, puesto que p y q son porcentajes y varían entre 0 y 1.

Se define el índice de concentración o de Gini, como el doble del área comprendida entre la curva de concentración y la primera bisectriz. Este índice no depende de un cambio de escala aunque sí está influenciado por un cambio de origen.

Se define la **mediala** como el valor de la variable estadística (sueldos) tal que los obreros que individualmente ganan menos que la mediala ganan globalmente tanto como los obreros cuyo salario sobrepasa al salario medial. Es decir el valor de x tal que: q(x)=1/2.

[Volver al principio]

EJERCICIOS.

1. **Se ha revisado un lote de 1.060 piezas esmaltadas, obteniéndose el número de defectos que se indica en la siguiente tabla:**

Número de defectos	Frecuencia
0	600
1	310
2	75
3	13
4	2

Determinar la media y la desviación típica de la distribución.

2. **Las sumas de calificaciones de matemáticas de 11 alumnos han sido:**

21, 36, 19, 23, 32, 25, 28, 20, 34, 33, 31.

Se pide:

a) determinar la mediana;

b) ¿qué porcentaje de alumnos tiene nota inferior a 32?

3. **Si usted conduce un coche una distancia de 10 km a la velocidad de 60 km/h, y después otros 10 a 80 km/h, ¿cuál es la velocidad media?**

4. **Si usted conduce su coche 10 minutos a 60 km/h y otros 10 minutos a 80 km/h, ¿cuál es la velocidad media?**

5. **Comentar el siguiente párrafo traducido libremente de una obra de la literatura inglesa Afortunadamente para todos y gracias a los estadísticos, hay personas cuya inteligencia es superior al promedio como inferior. Es, pues, falso afirmar, como algún pesimista, que más del 80 % de los individuos tienen inteligencia inferior al promedio.**

¿A qué promedio se refiere para que sea correcto?

6. **Comentar la conocida anécdota según la cual la Estadística enseña que si Pedro se come un pollo y Juan no come nada, esto equivale a que ambos coman medio pollo', ¿Cuál es la desviación típica en cada caso?**

7. **Un fabricante de neumáticos comprueba para 28 cubiertas el número de kilómetros recorridos antes de estar gastadas y encuentra la siguiente distribución**

Núm. de Kms.	cubiertas
70.000	1
60.000	1
50.000	7
40.000	9
30.000	10

¿Qué promedio debe utilizar para describir la duración de tales cubiertas?

8. Si nos dicen que Pedro ocupa el lugar 7 en su clase no sabemos mucho su posición relativa en la clase ya que ésta dependerá del número de alumnos. Si son 350, ¿cuál es su percentil?

9. Un viajante ha hecho 7 viajes en el mes pasado y los gastos se indican a continuación:

Viaje	**Duración en días**	**Gasto**	**Gasto por día**
1	0,5	625	350
2	2,0	600	300
3	3,5	875	250
4	1.0	450	450
5	9,0	1350	150
6	0,5	450	900
7	8,5	850	100
Total	25,0	5250	3500

El Jefe del viajante dice que los gastos del viajante han sido excesivos porque el gasto medio por día ha sido 3.500/7 =500 ptas. y el viajante dice que el gasto medio ha sido 5.250/25= 210 ptas. ¿Quién tiene razón? ¿Qué ocurre si utilizan las medianas?

10. Supongamos que la talla media de una muestra de 300 hombre es 1,70 con desviación típica 0,8 y que otra muestra de 300 mujeres da como media 1,68 y desviación típica 0,07. Calcular la media y desviación típica de la muestra formada por el conjunto de las dos.

11. Cinco lotes de 2.000 piezas de determinada lámpara fabricada por tina empresa eléctrica contienen el siguiente número de piezas defectuosas 4, 9, 3, 2, 1. Hallar la media, varianza y desviación típica.

12. El número de accidentes de aviación en 1960 fue superior al de 1950. ¿Basta esto para afirmar que era más peligroso Volar en 1960 que en 1950?

13. Tomando una catapirina se cura un catarro en 5 días. ¿ Basta esto para afirmar que dicha medicina cura el catarro?

14. Se da la tabla de una muestra de viviendas según la duración de las obras de la construcción.

Duración (En trimestres)	Número correspondiente de viviendas
Menos de 2	5
De 2 a menos de 3	75
De 3 a menos de 4	620
De 4 a menos de 5	735
De 5 a menos de 6	1305
De 6 a menos de 7	1025
De 7a menos de 8	1625
De 8 a menos de 9	1430
De 9ª menos de 10	1140
De 10 a menos de 11	335
De 11 a menos de 12	120
De 12 a menos de 13	665
l3 y más	90
Total	9170

Calcular la media, mediana, desviación típica y los cuartiles de esta distribución. Construir histograma y la curva de distribución.

15. La tabla siguiente da la repartición de autocares de una compañía según el número de kilómetros recorridos entre dos revisiones consecutivas.

	Número de vehículos según la distancia recorrida

Número de kilómetros recorrido. (en millares)			Antes de la 1ª Revisión	Entre la 1ª y la 2ª revisión	Entre la 2ª y la 3ª revisión	Entre la 3ª y la 4ª revisión	Entre la 4ª y la 5ª revisión
0	a menos de	10	3	8	12	15	19
10	a menos de	20	3	11	15	9	10
20	a menos de	30	6	9	13	9	12
30	a menos de	40	5	4	3	11	15
40	a menos de	50	7	6	9	2	8
50	a menos de	60	9	7	9	13	6
60	a menos de	70	9	6	6	12	4
70	a menos de	80	16	9	7	3	4
80	a menos de	90	14	7	5	3	2
90	a menos de	100	20	8	6	5	2
100	a menos de	110	25	12	9	1	1
110	a menos de	120	21	6	2	2	1
120	a menos de	130	23	1	1	1	–
130	a menos de	140	10	4	3	–	1
140	a menos de	150	11	2	–	–	––
150	a menos de	160	–	1	–	–	––
160	a menos de	170	2	–	–	–	–
170	a menos de	180	1	1	1	–	––
180	a menos de	190	-	1	–	–	-
190	a menos de	200	–	1	–	–	–
200	a menos de	210	1	–	–	–	-
		Total	191	104	101	96	85

a) Representar gráficamente estas distribuciones para compararlas cómodamente.

b) Calcular y comparar la mediana, los cuartiles, la media y la desviación típica.

[Volver al principio]