

Menú principal

1. Se sacan dos bolas de una urna que se compone de una bola blanca, otra roja, otra verde y otra negra. Describir el espacio muestral cuando:

a) La primera bola se devuelve a la urna antes de sacar la segunda.

b) La primera bola no se devuelve.

Solución

a) $E = \{(B,B); (B,R); (B,V); (B,N); (R,B); (R,R); (R,V); (R,N); (V,B); (V,R); (V,V); (V,N); (N,B); (N,R); (N,V); (N,N)\}$

b) $E = \{(B,R); (B,V); (B,N); (R,B); (R,V); (R,N); (V,B); (V,R); (V,N); (N,B); (N,R); (N,V)\}$

2. Un experimento aleatorio consiste en el lanzamiento independiente de tres monedas, cada una de ellas con probabilidad 0,5 de obtener cara. Describir el espacio muestral y calcular la probabilidad de obtener una cara y dos cruces y la probabilidad de obtener al menos una cara.

Solución

$E = \{(C,C,C); (C,C,X); (C,X,C); (X,C,C); (C,X,X); (X,C,X); (X,X,C); (X,X,X)\}$

a) $A = \text{"Obtener una cara y dos cruces"}$. $p(A) = 3/8$.

b) $B = \text{"Al menos una cara"}$: $p(B) = 7/8$

3. Dados dos sucesos A y B de un mismo espacio muestral, se sabe que:

$$p(A) = 0,4; p(A \cup B) = 0,8 \text{ y } p(A^c \cup B^c) = 0,7$$

a) Comprobar si los sucesos A y B son independientes.

b) Calcular la probabilidad de que sólo se verifique uno de los sucesos.

Solución

Según las leyes de Morgan:

$$1. p(A^c \cup B^c) = p((A \cap B)^c)$$

$$2. p(A^c \cap B^c) = p((A \cup B)^c)$$

Por la 1ª $p(A^c \cup B^c) = p((A \cap B)^c)$. Luego, $p((A \cap B)) = 1 - p((A \cap B)^c) = 1 - p(A^c \cup B^c) = 1 - 0,7 = 0,3$.

Por otro lado, $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p((A \cap B)) \rightarrow 0,8 = 0,4 + p(B) - 0,3 \rightarrow p(B) = 0,7$.

Luego, para que sean independientes se tiene que verificar:

$p((A \cap B)) = p(A) \cdot p(B)$; En nuestro caso $0,3 \neq 0,4 \cdot 0,7$ y por tanto no son independientes A y B.

El suceso que piden es: que se verifique A y no se verifique B; o bien, que se verifique B pero que no se verifique A.

Puesto en terminología de conjuntos, sería:

$$p(A \cap B^c) + p(A^c \cap B).$$

$$p(A) = p(A \cap E) = p(A \cap (B^c \cup B)) = p[(A \cap B^c) \cup (A \cap B)] = p(A \cap B^c) + p(A \cap B)$$

de donde:

$$p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0,4 - 0,3 = 0,1.$$

Análogamente:

$$p(B \cap A^c) = p(B) - p(B \cap A) = 0,7 - 0,3 = 0,4.$$

$$\text{Y por fin } p(A \cap B^c) + p(A^c \cap B) = 0,1 + 0,4 = 0,5$$

4. En un centro de Bachillerato hay 1.000 alumnos que se distribuyen según la tabla

| | Alumnos | Alumnas | |
|----------|---------|---------|-----|
| Ciencias | 300 | | 600 |
| Letras | | 250 | |

a) Completar la tabla.

b) Si se elige un alumno al azar, hallar la probabilidad de que sea de ciencias.

c) Si se ha elegido una alumna al azar, hallar la probabilidad de que sea de letras.

Solución

a)

| | Alumnos | Alumnas | |
|----------|---------|---------|------|
| Ciencias | 300 | 300 | 600 |
| Letras | 150 | 250 | 400 |
| | 450 | 550 | 1000 |

b) La probabilidad es de $600/1000 = 6/10 = 3/5$.

c) Sea C el suceso elegir un estudiante de ciencias. L el suceso elegir un estudiante de letras. A el suceso elegir un alumno y B el suceso elegir una alumna. La probabilidad que nos piden es la del suceso (L/B). Esta probabilidad se puede calcular directamente y vale: $p(L/B) = 250/550 = 25/55 = 5/11$.

5. Se lanzan al aire dos dados y se consideran los números de sus caras superiores. Se pide:

a) Probabilidad de obtener dos números cuya suma sea 7.

b) Probabilidad de que el producto de los dos números sea 12.

c) Probabilidad de obtener dos números cuya suma sea 7 y el producto 12.

d) Probabilidad de obtener dos números cuya suma sea 7 o su producto 12.

e) Probabilidad de que la suma de los dos números no sea 7.

Solución

Sea E el espacio muestral.

$$E = \{(1,1);(1,2);(1,3);(1,4);(1,5);(1,6);(2,1);(2,2);(2,3);(2,4);(2,5);(2,6);(3,1);(3,2);(3,3);(3,4);(3,5);(3,6);(4,1);(4,2);(4,3);(4,4);(4,5);(4,6);(5,1);(5,2);(5,3);(5,4);(5,5);(5,6);(6,1);(6,2);(6,3);(6,4);(6,5);(6,6)\}$$

- a) Sea $A = \{(1,6);(2,5);(3,4);(4,3);(5,2);(6,1)\}$ se tiene: $p(A) = 6/36 = 1/6$.
- b) Sea $B = \{(2,6);(3,4);(4,3);(6,2)\}$, luego $p(B) = 4/36 = 1/9$.
- c) Sea $C = \{(3,4);(4,3)\}$, $p(C) = 2/36 = 1/18$. Nótese que $C = A \cap B$.
- d) El suceso que piden es $A \cup B$ y por tanto $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 6/36 + 4/36 - 2/36 = 8/36 = 2/9$.

También se podía calcular directamente:

$A \cup B = \{(1,6);(2,5);(3,4);(4,3);(5,2);(6,1);(2,6);(6,2)\}$ y por tanto $p(A \cup B) = 8/36$.

- e) El suceso A^c es el que piden. $p(A^c) = 1 - p(A) = 1 - 6/36 = 30/36$.

6. La probabilidad de acertarle a un blanco tres tiradores A, B y C son, respectivamente, 1/6, 1/4 y 1/3. Si cada uno de ellos dispara una sola vez al blanco, calcula:

- a) **La probabilidad de que acierte uno solo.**
- b) **La probabilidad de que al menos uno acierte.**

Solución

Suponemos que existe independencia entre los sucesos A, B y C, es decir, que la probabilidad de la realización de cualquiera de estos sucesos no influye para nada en la realización - o no realización - de los otros.

- a) El suceso del apartado a) puede formularse de la siguiente forma:

$$p(A \cap B^c \cap C^c) + p(A^c \cap B \cap C^c) + p(A^c \cap B^c \cap C)$$

Como existe independencia, la probabilidad de las intersecciones es igual al producto de las probabilidades, por tanto, se tiene:

$$p(A \cap B^c \cap C^c) = p(A) \cdot p(B^c) \cdot p(C^c) = 1/6 \cdot (1-1/4) \cdot (1-1/3) = 1/6 \cdot 3/4 \cdot 2/3 = 6/72 = 1/12.$$

$$p(A^c \cap B \cap C^c) = p(A^c) \cdot p(B) \cdot p(C^c) = (1-1/6) \cdot 1/4 \cdot (1-1/3) = 5/6 \cdot 1/4 \cdot 2/3 = 10/72.$$

$$p(A^c \cap B^c \cap C) = p(A^c) \cdot p(B^c) \cdot p(C) = (1-1/6) \cdot (1-1/4) \cdot 1/3 = 5/6 \cdot 3/4 \cdot 1/3 = 15/72.$$

Luego, la probabilidad pedida es:

$$p(A \cap B^c \cap C^c) + p(A^c \cap B \cap C^c) + p(A^c \cap B^c \cap C) = 6/72 + 10/72 + 15/72 = 31/72 = 0,4306$$

- b) La probabilidad de que acierte al menos uno, puede calcularse más fácilmente por el suceso contrario. El suceso contrario a acertar al menos uno es que no acierte ninguno. La probabilidad $p(A^c \cap B^c \cap C^c) = (1-1/6) \cdot (1-1/4) \cdot (1-1/3) = 5/6 \cdot 3/4 \cdot 2/3 = 30/72$.

Luego $p(A \cup B \cup C) = 1 - p(A^c \cap B^c \cap C^c) = 1 - 30/72 = 42/72$.

7. Una urna contiene 5 bolas blancas y 3 negras. Tres jugadores A, B y C extraen una bola, sin devolución, en este mismo orden. Gana el primer jugador que saca bola blanca. Calcular la probabilidad de que gane C.

Solución

Puesto que las bolas no se devuelven a la urna, la única posibilidad para que gane C es que A saque bola negra, B saque, también, bola negra y C saque bola blanca. Por tanto, llamando A_n al suceso de que A saque bola negra, B_n al suceso de que B saque bola negra y C_b al suceso de que C saque bola blanca, se tiene que, la probabilidad del suceso G "que gane C" es igual:

$$p(G) = p(A_n \cap B_n \cap C_b) = p(C_b / (A_n \cap B_n)) \cdot p(A_n \cap B_n) = p(A_n) \cdot p(B_n / A_n) \cdot p(C_b / (A_n \cap B_n)) = 3/8 \cdot 2/7 \cdot 5/6 = 30/336.$$

8. Un aparato fabricado en serie puede ser defectuoso a causa de dos defectos A y B independientes uno del otro. El porcentaje de aparatos con el defecto A es del 10%, y el porcentaje de aparatos con el defecto B es del 8% cliente compra un aparato. Calcular la probabilidad que el aparato:

- a) **No presente ningún defecto.** b) **Presente solamente el defecto A.** c) **Presente solamente el defecto B.**

Solución

a) $p(A^c \cap B^c) = p(A^c) \cdot p(B^c) = (1-0,1) \cdot (1-0,08) = 0,9 \cdot 0,92 = 0,828.$

b) $p(A \cap B^c) = 0,1 \cdot (1-0,08) = 0,1 \cdot 0,92 = 0,092$

c) $p(A^c \cap B) = (1-0,1) \cdot 0,08 = 0,072.$

9. Tres cofres idénticos contienen: el primero, 3 lingote oro y 2 de plata; el segundo, 2 de oro y 5 de plata, y el tercero, 6 de oro y 7 de plata. ¿Cuál es la probabilidad de al extraer un lingote al azar de un cofre sea de plata?

Solución

Sea el sistema completo de sucesos U_1, U_2, U_3 (extraer un lingote de la urna 1, 2 y 3, respectivamente) y consideremos el suceso A extraer un lingote de plata. La probabilidad de A según el teorema de la probabilidad total es igual:

$$p(A) = p(A/U_1) \cdot p(U_1) + p(A/U_2) \cdot p(U_2) + p(A/U_3) \cdot p(U_3) = 2/5 \cdot 1/3 + 5/7 \cdot 1/3 + 7/13 \cdot 1/3 = 2/15 + 5/21 + 7/39 = 0,551.$$

10. Un temario de oposiciones se compone de 100 temas de los que el opositor conoce 50. Si el examen consiste contestar 3 temas elegidos al azar, ¿qué probabilidad tiene de superar la oposición?

Solución

Sea A_1, A_2, A_3 los sucesos contestar bien el tema 1, 2, 3 respectivamente. La probabilidad del suceso $A_1 \cap A_2 \cap A_3$ (que conteste bien el 1º y el 2º y el 3º) es igual:

$$p(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = p(A_3/(A_1 \cap A_2)) \cdot p(A_1 \cap A_2) = p(A_3/(A_1 \cap A_2)) \cdot p(A_1) \cdot p(A_2/A_1) = p(A_1) \cdot p(A_2/A_1) \cdot p(A_3/(A_1 \cap A_2)) = 50/100 \cdot 49/99 \cdot 48/98 = 0,1212.$$

11. El despertador de Javier no funciona muy bien, pues 20% de las veces no suena. Cuando suena, Javier llega tarde a clase con una probabilidad 0,2. Pero si no suena, probabilidad de que llegue tarde a clase es 0,9. Calcular

- a) **La probabilidad de que Javier llegue tarde a clase y haya sonado el despertador.**
 b) **La probabilidad de que Javier llegue temprano a clase.**
 c) **La probabilidad de que haya sonado el despertador, si sabemos que Javier ha llegado tarde a clase.**

Solución.

Consideremos el sistema completo de sucesos S_1, S_2 ; donde S_1 es el suceso suena el despertador y S_2 el suceso no suena el despertador. Sea A el suceso llegar temprano a clase y B el suceso llegar tarde a clase.

$$P(S_1) = 0,8; p(S_2) = 0,2; p(B/S_2) = 0,9; p(B/S_1) = 0,2.$$

Los datos se pueden resumir en la siguiente tabla:

| Funciona(S_1) | No Funciona(S_2) |
|-------------------|----------------------|
|-------------------|----------------------|

| | | |
|-------------|------|------|
| Tarde(B) | 0,16 | 0,18 |
| Temprano(A) | | |
| | 0,8 | 0,2 |

- a) $p(B \cap S_1) = p(B/S_1) \cdot p(S_1) = 0,2 \cdot 0,8 = 0,16$.
- b) Completando los datos que faltan

| | Funciona(S_1) | No Funciona(S_2) | |
|-------------|-------------------|----------------------|------|
| Tarde(B) | 0,16 | 0,18 | 0,34 |
| Temprano(A) | 0,64 | 0,02 | 0,66 |
| | 0,8 | 0,2 | 1 |

La probabilidad de que llegue temprano es igual a: 0,66.

- c) $p(S_1/B) = p(S_1 \cap B) / p(B) = 0,16 / 0,34 = 16/34 = 0,471$

12. Una urna contiene 25 bolas blancas sin marcar, 75 bolas blancas marcadas, 125 bolas negras sin marcar y 175 bolas negras marcadas.

- a) Se extrae una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca?
- b) Se extrae una bola y está marcada. ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca?
- e) Se extrae una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que sea negra o esté marcada?
- d) ¿Son independientes los sucesos «sacar bola marcada» y «sacar bola blanca»?

Solución

- a) Hay 100 bolas blancas de 400, luego $p = 100/400 = 1/4$.
- b) Marcadas hay 250 bolas de las cuales 75 son blancas. Por tanto $p = 75/250 = 15/50 = 3/10$.
- c) Sea N el suceso sacar bola negra y M el suceso sacar bola marcada. La probabilidad que piden es la del suceso $N \cup M$. Se tiene:
- $$P(N \cup M) = p(N) + p(M) - p(N \cap M) = 300/400 + 250/400 - 175/400 = 375/400.$$
- También se podía haber hecho por el suceso contrario. El contrario a $N \cup M$ es el suceso sacar bola blanca marcada, cuya probabilidad es de $25/400$, luego la probabilidad de $p(N \cup M) = 1 - 25/400 = 375/400$.
- d) Sea B el suceso sacar bola blanca y M el suceso sacar bola marcada. La probabilidad
- $$P(B \cap M) = 75/400. \text{ Por otro lado } p(B) = 100/400 \text{ y } p(M) = 250/400. \text{ Luego como } P(B \cap M) \neq p(B) \cdot p(M), \text{ los sucesos B y M no son independientes.}$$

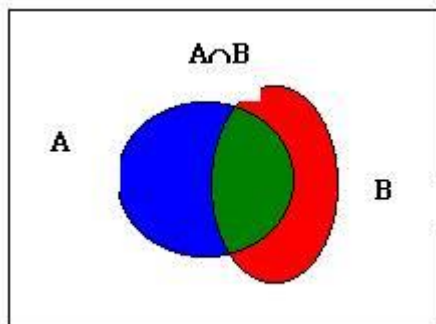
13. En una ciudad se publican dos periódicos A y B. La probabilidad de que una persona lea el periódico A es 0,1; la probabilidad de que lea el periódico B es 0,1 y la probabilidad de que lea ambos periódicos es 0,02. Calcular:

- a) La probabilidad de que una persona no lea ningún periódico.

b) La probabilidad de que una persona que ha leído alguno de los periódicos lea también el otro.

Solución

Estos datos se resumen mejor en un diagrama de Venn. Sea A el suceso “leer el periódico A” y B el suceso “leer el periódico B”.



$$P(A)=0,1; p(B)=0,1; p(A \cap B)=0,02.$$

La probabilidad de que lea al menos un periódico es igual a $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,1 + 0,1 - 0,02 = 0,18$. El suceso contrario es que no lea ninguno, por tanto:

a) $p(A^c \cap B^c) = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0,18 = 0,82$.

b) $p(A \cap B / A \cup B) = \frac{p[(A \cap B) \cap (A \cup B)]}{p(A \cup B)} = \frac{p(A \cap B)}{p(A \cup B)} = 0,02 / 0,18 = 2 / 18 = 0,11$.

14. En un centro escolar hay tres grupos de 2' de Bachillerato. El primero está compuesto por 10 alumnos de los que 7 prefieren la música moderna, 2 prefieren la clásica y 1 que no le gusta la música. En el segundo grupo hay 12 alumnos, la distribución de preferencias es 5, 7, 0, respectivamente; y en el tercero, formado por 14 alumnos, la distribución es 6, 6 y 2 respectivamente.

Se elige al azar un grupo y se regalan dos entradas para un concierto de música clásica a dos alumnos seleccionados al azar.

- a) Calcular la probabilidad de que las entradas se regalen en el primer grupo.
- b) Calcular la probabilidad de que los dos alumnos elegidos sean aficionados a la música moderna.
- c) Si los dos alumnos agraciados son aficionados a la música clásica, ¿cuál es la probabilidad de que procedan del primer grupo?

Solución

Sean los sucesos C_1 “elegir el curso 1” ; C_2 “elegir el curso 2” y C_3 “elegir el curso 3”. Sean los sucesos M “seleccionar 2 alumnos que prefieran la música moderna”; C “seleccionar 2 alumnos que prefieran la clásica” y N “seleccionar 2 alumnos que no les guste la música”.

- a) Suponiendo que cada curso tiene la misma probabilidad de ser elegido $p(C_i) = 1/3$.
- b) Aplicando el teorema de la probabilidad total se tiene: $p(M) = p(M/C_1) \cdot p(C_1) + p(M/C_2) \cdot p(C_2) + p(M/C_3) \cdot p(C_3) = 7/10 \cdot 6/9 \cdot 1/3 + 5/12 \cdot 4/11 \cdot 1/3 + 6/14 \cdot 5/13 \cdot 1/3 = 42/270 + 20/396 + 30/546 = 0,261$.
- c) $P(C_i/C) = p(C_i \cap C) / p(C) = p(C/C_i) \cdot p(C_i) / p(C)$ donde
 $p(C) = p(C/C_1) \cdot p(C_1) + p(C/C_2) \cdot p(C_2) + p(C/C_3) \cdot p(C_3) = 2/10 \cdot 1/9 \cdot 1/3 + 7/12 \cdot 6/11 \cdot 1/3 + 6/14 \cdot 5/13 \cdot 1/3 = 2/270 + 42/396 + 30/546 = 0,1684$. Luego
 $P(C_1/C) = (2/10 \cdot 1/9 \cdot 1/3) / 0,1684 = (2/270) / 0,1684 = 0,044$.

15. Una determinada enfermedad puede estar provocada por tres causas, A, B o C, en las proporciones 30%, 20% y 50% (en cada enfermo sólo se presenta una de las causas).

El tratamiento de esta enfermedad requiere hospitalización en el 20% de los casos si está provocada por A, en el 55% si la causa es B y en el 10% si la causa es C.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un enfermo cualquiera de la citada enfermedad no necesite hospitalización?

b) Si un enfermo está hospitalizado, ¿cuál es la probabilidad de que la causa sea A?

Solución

Sea H el suceso “el tratamiento requiere hospitalización” y A, B y C los sucesos “ la causa de la enfermedad es A, B o C”, respectivamente. La $p(A)=0,3$; $p(B)=0,2$; $p(C)=0,5$; y por otro lado, la probabilidad $p(H/A)=0,20$; $p(H/B)=0,55$; $p(H/C)=0,1$. De aquí se obtiene: $p(H \cap A)=p(H/A) \cdot p(A)=0,20 \cdot 0,3=0,06$. Análogamente, $p(H \cap B) = 0,55 \cdot 0,2 = 0,11$ y $p(H \cap C)=0,1 \cdot 0,5=0,05$; resumiendo los datos en una tabla:

| | A | B | C |
|-------------------------------------|------|------|------|
| H (hospitalización) | 0,06 | 0,11 | 0,05 |
| H ^c (No hospitalización) | | | |
| | 0,3 | 0,2 | 0,5 |

Completando los datos que faltan:

| | A | B | C | |
|-------------------------------------|------|------|------|------|
| H (hospitalización) | 0,06 | 0,11 | 0,05 | 0,22 |
| H ^c (No hospitalización) | 0,24 | 0,09 | 0,45 | 0,78 |
| | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 1 |

Luego:

a) $p(H^c)=0,78$.

b) $P(A/H)=p(A \cap H)/p(H)=0,06/0,22=6/22=3/11= 0,2727$

16. Una familia tiene dos hijos. Suponiendo que la probabilidad de ser varón es igual a la de ser mujer, calcular:

a) La probabilidad de que los dos hijos sean varones.

b) Sabiendo que al menos uno de ellos es varón, calcular la probabilidad de que lo sean los dos.

Solución

Consideremos los sucesos V_1 “el primer hijo es varón”; V_2 “ el 2º hijo es varón”; H_1 “el primer hijo es mujer”; H_2 “el 2º es mujer”. Suponemos que son sucesos independientes y que todos tienen la misma probabilidad que vale $\frac{1}{2}$.

- a) $p(V_1 \cap V_2) = p(V_1) \cdot p(V_2) = 1/2 \cdot 1/2 = 1/4 = 0,25$.
- b) Como $p(V_1 \cup V_2) = p(V_1) + p(V_2) - p(V_1 \cap V_2) = 1/2 + 1/2 - 1/4 = 1 - 1/4 = 3/4$; se tiene que $p[(V_1 \cap V_2) / (V_1 \cup V_2)] = p(V_1 \cap V_2) / p(V_1 \cup V_2) = 1/4 : 3/4 = 1/3$.

Otra forma sería, sea $E = \{(V_1, V_2); (V_1, H_2); (H_1, V_2); (H_1, H_2)\}$ el espacio muestral, si suponemos que cada suceso elemental tiene la misma probabilidad, se tiene:

- a) $p\{(V_1, V_2)\} = 1/4$.
- b) Sea $A = \{(V_1, V_2)\}$ y $B = \{(V_1, V_2); (V_1, H_2); (H_1, V_2)\}$ entonces $p(A/B) = 1/3$

17. Una emisora de televisión emite dos series A y B. La serie A la ve el 20% de la población, mientras que la B sólo la ve el 15%, pero mientras el 70% de los que empiezan a ver la serie A la siguen hasta el final, en cambio el 80% de los que empiezan la B la acaban.

Una persona nos dice que no terminó de ver la serie que había empezado. ¿Cuál es la probabilidad de que fuera la serie A?

Solución

Sean los sucesos A “ver la serie A”, B “ver la serie B”, T “terminar la serie que había empezado” y T^c “no terminar la serie empezada”; $p(A) = 0,2$; $p(B) = 0,15$; $p(T/A) = 0,7$; $p(T/B) = 0,8$; $p(T^c/A) = 0,3$; $p(T^c/B) = 0,2$. Nos piden la probabilidad $p(A/T^c)$.

$$p(A/T^c) = p(T^c/A) \cdot p(A) / [p(T^c/A) \cdot p(A) + p(T^c/B) \cdot p(B)] = 0,3 \cdot 0,2 / [0,3 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,15] = 0,66$$

18. Un estudiante hace dos pruebas el mismo día. La probabilidad de que pase la primera prueba es 0,6, la de que pase la segunda es 0,8 y la de que pase ambas es 0,5.

- a) Calcular la probabilidad de que no pase ninguna.
- b) Calcular la probabilidad de que pase la segunda si no ha superado la primera.

Solución

Sea P_1 “pasar la 1ª prueba” y P_2 “pasar la 2ª”. $p(P_1) = 0,6$; $p(P_2) = 0,8$ y $p(P_1 \cap P_2) = 0,5$. De donde $p(P_1 \cup P_2) = p(P_1) + p(P_2) - p(P_1 \cap P_2) = 0,6 + 0,8 - 0,5 = 0,9$.

- a) $p(P_1^c \cap P_2^c) = 1 - p(P_1 \cup P_2) = 1 - 0,9 = 0,1$.
- Para b) se tiene: $p(P_2) = p(P_2/P_1) \cdot p(P_1) + p(P_2/P_1^c) \cdot p(P_1^c)$ y de otro lado $p(P_2/P_1) = p(P_1 \cap P_2) / p(P_1) = 0,5 / 0,6 = 5/6$. Luego $0,8 = (5/6) \cdot 0,6 + p(P_2/P_1^c) \cdot 0,4$ y por tanto
- b) $p(P_2/P_1^c) = [0,8 - 0,5] / 0,4 = 0,3 / 0,4 = 3/4 = 0,75$.

19. Sea el experimento que consiste en el lanzamiento de tres monedas y anotar el número de caras obtenidas. Se pide:

- a) La función de probabilidad y su representación.
- b) La función de distribución y su representación.
- c) La media y la desviación típica.
- d) Si X es la variable aleatoria que expresa el número de caras, hallar $p[1 \leq x < 3]$.

Solución

20. Una urna contiene 5 bolas blancas y 8 negras. Se extrae al azar una de las bolas y se reemplaza en la urna por 2 bolas de otro color. A continuación, se extrae una segunda bola. Hallar:

- a) La probabilidad de que la segunda bola sea negra.
- b) La probabilidad de que la segunda bola sea del mismo color que la primera.

Solución

Sean los sucesos A_1 “1ª bola extraída es blanca” y A_2 “1ª bola extraída es negra”

- a) Sea B el suceso “2ª bola extraída es negra”. $P(B) = p(B/A_1).p(A_1) + p(B/A_2).p(A_2) = 10/14 \cdot 5/13 + 7/14 \cdot 8/13 = 106/182 = 0,5824$.
- b) Sea B_1 el suceso de que la 2ª bola extraída es blanca y B_2 el suceso de que la 2ª bola extraída es negra. La probabilidad pedida es $p(A_1 \cap B_1) + p(A_2 \cap B_2) = p(B_1/A_1).p(A_1) + p(B_2/A_2).p(A_2) = 4/14 \cdot 5/13 + 7/14 \cdot 8/13 = 20/182 + 56/182 = 76/182 = 0,4176$.

21. Una variable aleatoria discreta tiene la siguiente función de probabilidad:

| | | | | | | |
|----------|-------------|-------------|------------|----------|-------------|-------------|
| X | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| p | 0,08 | 0,21 | 0,1 | | 0,23 | 0,04 |

- a) Calcular el dato que falta de la función de probabilidad.
- b) Hallar la función de distribución de dicha variable.
- c) Hallar la media y la desviación típica.
- d) Calcular $p[X > 1]$ y $p[-1,5 < X < 2]$.

Solución