Menú principal

Problemas Resueltos

1. En una población de 1.000 individuos se establecen dos grupos, A y B. Los cocientes intelectuales de ambos grupos se distribuyen según N(100,30) y N(120,35), respectivamente. Elegido, aleatoria e independientemente, un individuo de cada grupo, se pide:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo del grupo A tenga un cociente intelectual superior a 90?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo del grupo B tenga un cociente intelectual superior a 90?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que ambos tengan un cociente intelectual superior a 90?

Solución

Sea X la variable aleatoria que mide el coeficiente de inteligencia de la población A, y sea Y la variable aleatoria para el coeficiente de la población B.

a) Nos piden la p[X>90]. Tipificando la variable:

$$Z=\frac{X-100}{30}\ \text{la variable } Z \text{ sigue una normal}\quad N(0,1)\ \text{por tanto}\ p[X>90]=p\left[\frac{X-100}{30}>\frac{90-100}{30}\right]=$$

$$p\left[Z>-\frac{1}{3}\right]=1-p\left[Z\le-\frac{1}{3}\right]=1-\left[1-p\left[Z<\frac{1}{3}\right]\right]=p\left[Z<\frac{1}{3}\right]=0{,}63$$

b) La probabilidad p[Y>90], se calcula de manera análoga tipificando la variable.

$$\text{Sea } Z=\frac{Y-120}{35}\ p[Y>90]=p\left[\frac{Y-120}{35}>\frac{90-120}{35}\right]=p\left[Z>\frac{-30}{35}\right]=p[Z>-0{,}85714]=0{,}8043$$

c) Nos piden p[(X>90)$\cap$(Y>90)], como ambas variables son independientes, la probabilidad pedida es el producto de ambas, por tanto: p[(X>90)$\cap$(Y>90)]= p[(X>90)] .p[(Y>90)]=0,63.0,8043=0,5067.

2. Las alturas de los individuos de dos poblaciones A y B siguen distribuciones normales de media 1,70 metros y de desviaciones respectivas σ_1, σ_2 con ($\sigma_1<\sigma_2$) Cuando se escoge un individuo al azar de cada población, di en cuál de las dos poblaciones es más probable que el individuo elegido mida entre 1,68 m y 1,72 m. Razona la respuesta.

Solución

Sea X la variable aleatoria que mide la altura de los individuos de la población A y sea Y la variable que mide la altura de los individuos de la población B. X sigue una N(1,70; σ_1) e Y sigue una normal N(1,70; σ_2); con ($\sigma_1<\sigma_2$) para ver cuál de estas probabilidades es mayor: p[1,68<X<1,72] y p[1,68<Y<1,72] ; tipifiquemos ambas variables y comparemos.

$$Sea\ Z_1 = \frac{X-1{,}70}{\sigma_1} \rightarrow N(0{,}1)\ y\ sea\ Z_2 = \frac{Y-1{,}70}{\sigma_2}\ entonces\ la\ p[1{,}68 < X < 1{,}72] =$$

$$p\left[\frac{1{,}68-1{,}70}{\sigma_1} < \frac{X-1{,}70}{\sigma_1} < \frac{1{,}72-1{,}70}{\sigma_1}\right] = p\left[\frac{-0{,}02}{\sigma_1} < Z_1 < \frac{0{,}02}{\sigma_1}\right];\ por\ otro\ lado$$

$$p[1{,}68 < Y < 1{,}72] = p\left[\frac{-0{,}02}{\sigma_2} < Z_2 < \frac{0{,}02}{\sigma_2}\right];siendo\ \sigma_1 < \sigma_2 la\ probabilidad$$

$$p\left[\frac{-0{,}02}{\sigma_1} < Z_1 < \frac{0{,}02}{\sigma_1}\right]\ \ será\ mayor\ que\ la\ p\left[\frac{-0{,}02}{\sigma_2} < Z_2 < \frac{0{,}02}{\sigma_2}\right]$$

Puesto que el intervalo 1º es más amplio que el 2º y ambas variables son normales N(0,1).

Intuitivamente es claro, como tienen la misma media, el porcentaje de individuos que se concentra alrededor de la media es tanto mayor cuanto más pequeña sea la dispersión de los individuos alrededor de la media, es decir, la desviación típica. Por tanto, para un mismo intervalo centrado en la media, el área bajo la curva de la normal, será tanto mayor cuanto más pequeña sea la desviación típica.

3. Se ha comprobado que determinada prueba cultural es superada por el 70% de las personas con estudio de grado medio y por el 55% de las personas con estudios primarios. Un total de 10 personas (seis con estudios de grado medio y cuatro con estudios primarios) realizan dicha prueba cultural. Calcular:

a) La probabilidad de que exactamente cuatro de las personas con estudios de grado medio superen la prueba.

b) La probabilidad de que al menos una de las personas con estudios primarios supere la prueba.

c) Si consideramos la variable «número de personas que superan la prueba entre las 10 que la realizan», ¿seguiría un modelo binomial de probabilidad? Razona la respuesta.

Solución

a) Podemos suponer que el número de éxitos para las 6 personas con estudios de grado medio sigue un modelo binomial con n =6 y p =0,7. La probabilidad de tener exactamente 4 éxitos vendría dada por:

$$p[X=4]=\binom{6}{4}0{,}7^4.0{,}3^2=15.0{,}2401.0{,}09=0{,}3241$$

b) Análogamente para las 4 personas con estudios primarios. Sea X el número de éxitos

$$X\rightarrow B(4;0{,}55);\ p[X\geq 1]=1-p[X=0]=1-\binom{4}{0}0{,}55^0.0{,}45^4=1-0{,}041=0{,}959$$

c) No, pues una de las condiciones del modelo de binomial es que la probabilidad de éxito, en cada prueba, permanezca constante.

4. En recientes estudios realizados sobre pacientes portadores del SIDA se ha podido determinar que el 70% consume algún tipo de drogas. En la sala de espera de una consulta especializada en esta enfermedad se encuentran en un determinado momento seis personas. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno haya consumido drogas?

Solución

La variable X sigue una binomial de parámetros n=6 y p=0,7. Por tanto, la probabilidad p[X =0] =$0{,}3^6$=0,000729.

5. Según informó DIARIO 16 el día 22 de noviembre de 1992, de un total de 2.847 asuntos presentados en el Tribunal Constitucional en el período 1-1-1991 hasta 31-10-1992, sólo se han podido resolver 2.147, lo que equivale aproximadamente al 75% de los presentados. ¿Cuál es la probabilidad de que de diez asuntos elegidos al azar todos hayan sido resueltos?

Solución

Sea X la variable aleatoria que nos da el número de éxitos en 10 pruebas. X sigue un modelo binomial de parámetros n =10 y p =0,75. La probabilidad p[X=10] =$0{,}75^{10}$ =0,0563

6. Según un informe de la OCDE, en el año 1981 el 35% de la población mundial tenía menos de 15 años. Si fuera posible elegir una muestra aleatoria de la población mundial formada por diez personas, ¿cuál es la probabilidad de que a lo sumo haya tres individuos con edad inferior a 15 años?

Solución

Sea X la variable aleatoria “número de individuos cuya edad es inferior a 15 años en una muestra aleatoria de 10 individuos”. X sigue una binomial de parámetros n =10 y p =0,35. La probabilidad que nos piden es p[X $\leq$ 3]=p[X=0]+p[X=1]+p[X=2]+p[X=3]=

$$\binom{10}{0}0{,}35^0.0{,}65^{10}+\binom{10}{1}0{,}35.0{,}65^9+\binom{10}{2}0{,}35^2.0{,}65^8+\binom{10}{3}0{,}35^3.0{,}65^7=0{,}5138$$

7. En un test destinado a medir la capacidad espacial de un grupo de alumnos de la Escuela de Arquitectura se ha podido saber que el 20% tienen una capacidad espacial insuficiente. ¿Cuál es la probabilidad de que de tres alumnos elegidos al azar los tres hayan dado resultados insuficientes en el test?

Solución

Sea X la variable aleatoria que da el número de éxitos (el éxito aquí es tener capacidad espacial insuficiente) en las 3 pruebas. X sigue una binomial de parámetros n=3 y p=0,2. Por tanto, la probabilidad $p[X=3]=0,2^3=0,008$.

8. Supongamos que la probabilidad de nacer varón en España es de 0,512. Si durante un año en una determinada región se han producido 2.000 nacimientos, ¿cuál es la probabilidad de que el número de varones esté entre 1.000 y 1.080?

Solución

Sea X la variable aleatoria "número de nacidos varones en 2000 nacimientos". X sigue una binomial de parámetros n=2000 y p=0,512. Como n es un número suficientemente grande, la distribución binomial puede aproximarse por una distribución normal de media n.p y desviación típica $(n.p.q)^{1/2}$. Por tanto, la variable X sigue una normal N(1024, 22,35); luego la $p[1000<X<1080] =p[1000,5<X<1079,5] = 0,9935-0,1465=0,847$.

9. En un centro escolar se ha observado que el 55% de los alumnos superan unas determinadas pruebas de psicomotricidad. Si este porcentaje es constante, y teniendo en cuenta que se pasa la prueba a 100 alumnos, hallar la probabilidad de que la superen exactamente más de 50.

Solución

El número X de alumnos que superan la prueba de los 100 presentados sigue una binomial de parámetros n=100; p=0,55. Como n.p es grande, esta distribución se puede aproximar por una normal de media n.p y desviación típica $(n.p.q)^{1/2}$. Luego X sigue una normal N(55, 4,975). La probabilidad $p[X>=50,5]=1-p[X \leq 50,5]=0,8171$.

10. El porcentaje de fracaso escolar en Bachillerato, en una determinada región, es del 40%. Sobre un total de 1.000 individuos:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se produzcan exactamente 400 fracasos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no superen los 400 fracasos?

Solución

X sigue una binomial de parámetros n=1000; p=0,4. Distribución que se puede aproximar por una normal N(400; 15,492). Teniendo en cuenta que como variable discreta tiene sentido hablar de p[X=400]; pero como variable continua no tiene sentido. Se conviene en considerar que la p[X=400]=p[399,5<X<400,5]=0,5129-0,4871=0,0258.

b) Análogamente, para calcular la p[X<400], calculamos la p[X≤399,5]=0,4871.

11. Hallar el primer y el tercer cuartil en una distribución N(25,3).

Solución

El primer cuartil será el valor x $_{0,25}$ de la variable aleatoria tal que p[X<x $_{0,25}$]=0,25, es decir que deja a la izquierda de la curva a un cuarto de la población. Tipificando la variable:

$$Z=\frac{X-25}{3}\rightarrow N(0;1); \quad luego \quad p\left[X\leq x_{0,25}\right]=p\left[\frac{X-25}{3}\leq\frac{x_{0,25}-25}{3}\right]=p\left[Z\leq\frac{x_{0,25}-25}{3}\right]=0{,}25$$

$$Se\ obtiene\ que\ \frac{x_{0,25}-25}{3}=-0{,}6745.\ luego\ x_{0,25}=22{,}9765$$

Análogamente para el cuartil tercero p[X<x $_{0,75}$]=0,75; se obtiene x $_{0,75}$=27,0235

12. Un almacén de camisas ha determinado que el cuello de, los varones adultos se distribuye normalmente con media 38 cm y desviación típica 1,5 cm. Con el fin de poder preparar la producción de la próxima temporada, y teniendo en cuenta que su producción está en 10.000 camisas:

a) ¿Cuántas camisas de los números 35, 36, 37, 38 y 39 tendrán que fabricar?

b) ¿Cuántas camisas habrán de fabricar del 43? e) ¿Y del 33?

Solución

Sea X la variable aleatoria que mide el cuello de los varones adultos. X sigue una normal N(38; 1,5).

a) La p[X=35] es nula; pero puede considerarse que los hombres que utilizan la talla 35 van a ser aquellos varones cuyas medidas de cuello estén comprendidas entre 34,5 y 35,5. Por tanto, asignamos la talla 35 a todos aquellos cuya p[34,5<X<35,5]=0,0478- 0,0098=0,0380= 3,8%. Para la talla 36 consideramos la p[35,5<X<36,5]=0,1586-0,0478=0,1106. Para la talla 37 p[36,5<X<37,5]=0,3694-0,1586=0,2108. Para la talla 38: p[37,5<X<38,5]=0,6306-0,3694=0,2612. Y, para la talla 39: p[38,5<X<39,5] =0,8413 – 0,6306=0,2107.

Como son 10.000 el número de camisas que se van a fabricar, se harán 380 de la talla 35; 1.106 de la talla 36; 2.108 de la talla 37; 2.612 de la talla 38 y 2.107 de la talla 39.

b) De la talla 43, se fabricarán p[42,5<X<43,5]=0,9999-0,9986=0,0013; se fabricarán 13 y de la talla 33: p[32,5<X<33,5]=0,0014-0,0001=0,0013, se fabricarán 13.

13. En la asignatura de psicología evolutiva se ha podido determinar que las calificaciones se distribuyen según una N(5,5; 1,2).

a) ¿Entre qué valores, en torno a la media, se encontrará el 95% de los alumnos?

b) ¿Entre qué valores, en torno a la media, se encontrará el 50% de los alumnos?

e) ¿A partir de qué nota se encontrará el 10 por 100 de los alumnos mejor calificados?

Solución

a) Se trata de calcular el intervalo tal que:

$$p[\mu-\alpha < X < \mu+\alpha] = 0{,}95 = p\left[\frac{-\alpha}{\sigma} < Z < \frac{\alpha}{\sigma}\right] = F(\frac{\alpha}{\sigma}) - F(-\frac{\alpha}{\sigma}) = 2.F\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) - 1 = 0{,}95$$

$$Luego\ F\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) = 0{,}975\ esto\ da\ \frac{\alpha}{\sigma} = 1{,}96;\ como\ \sigma = 1{,}2\ se\ obtiene\ para\ \alpha = 2{,}35$$

Por tanto el intervalo pedido es (5,5-2,35; 5,5+2,35)=(3,15; 7,85); es decir entre 3,15 y 7,85.

b)

$$p[\mu-\alpha < X < \mu+\alpha] = 0{,}5 = p\left[\frac{-\alpha}{\sigma} < Z < \frac{\alpha}{\sigma}\right] = F(\frac{\alpha}{\sigma}) - F(-\frac{\alpha}{\sigma}) = 2.F\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) - 1 = 0{,}5$$

$$Luego\ F\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) = 0{,}75\ esto\ da\ \frac{\alpha}{\sigma} = 0{,}6745;\ como\ \sigma = 1{,}2\ se\ obtiene\ para\ \alpha = 0{,}8094$$

Por tanto el intervalo pedido es (5,5-0,8094; 5,5+0,8094)=(4,6906; 6,3094); es decir entre 4,6906 y 6,3094.

c) Hay que calcular el valor de x tal que P[X>x]=0,1; es decir: p[X ≤ x]=0,9; este valor se corresponde con 7,0379

14. La distribución de sociabilidad de un colectivo sigue una distribución normal de media 20 y de desviación típica o estándar 2. Si elegimos un individuo al azar, hallar:

a) La probabilidad de que tenga un coeficiente como máximo de 25.

b) La probabilidad de que tenga un coeficiente entre 22 y 25, sabiendo que éste está por encima de 21.

c) ¿Dónde habría que poner el valor de la variable para hacer dos grupos (menos sociables, más sociables), con la condición de que en el primer grupo estuvieran el 30% del colectivo, y en el segundo el 70% restante?

Solución

Sea X la variable aleatoria que mide el coeficiente de sociabilidad, X sigue una N(20; 2). Por tanto:

a) $p[X \leq 25]=0,9938$.

b) $$p[(21 < X < 25)/(X > 21)] = \frac{p[(21 < X < 25) \cap (X > 21)]}{p[X > 21]} = \frac{p[(21 < X < 25)]}{p[X > 21]} = \frac{0,9938 - 0,6915}{0,3085} = 0,9799$$

c) El valor de la variable es el valor x tal que $p[X<x]=0,3$. Tal valor se corresponde con 18,9512.

15. El peso de los adultos de una población numerosa se distribuye normalmente con media 65 kg y desviación típica 3 kg. Se eligen dos individuos al azar. Calculando las correspondientes probabilidades, justifica qué es más probable:

a) Que cada uno de los individuos tenga un peso comprendido entre 63,5 y 66,5 kg.

b) Que uno de ellos tenga un peso comprendido entre 62 y 68 kg y el otro tenga un peso no comprendido entre 62 y 68 kg.

Solución

Sea X la variable aleatoria resultado de elegir un individuo al azar y pesarlo; X sigue una normal N(65; 2). Sea Y la variable aleatoria resultado de elegir otro individuo al azar y pesarlo; Y sigue una N(65; 2). Evidentemente, X e Y son independientes. Por tanto:

a) $p[(63,5<X<66,5)\cap(63,5<Y<66,5)]= p[(63,5<X<66,5)].p[(63,5<Y<66,5)]=[0,7734-0,2266]^2=0,5468^2=0,2990$.

b) $p[(62<X<68)\cap((Y \leq 62)\cup(Y \geq 68))] = p[(62<X<68)].p[((Y \leq 62)\cup(Y \geq 68))] =0,8664.(1-0,8664)=0,1157$.

Es mas probable el caso a).

16. En una manzana de casas hay 10 aparcamientos. En cada aparcamiento puede encontrarse o no un automóvil con independencia de lo que ocurra en los otros. Si la probabilidad de que un aparcamiento esté ocupado es de 0,4; se pide:

a) Identificar y describir el modelo de probabilidad.

b) Calcular la probabilidad de que en cierto día se encuentren ocho automóviles aparcados.

Solución

Sea X la variable aleatoria "número de aparcamientos ocupados de los 10 existentes". X sigue una binomial de parámetros n=10; p=0,4.

a) X sigue B(10; 0,4).

b) $p[X=8]=45.\ 0,4^8.\ 0,6^2 = 0,0106$

17. Se sabe que dos poblaciones distintas, X e Y, se distribuyen normalmente con media 0. Además:

$p[X\geq 2] = p[Y\geq 3] = 0,1587$ Se pide que calcules sus respectivas varianzas.

Solución

Sea X una variable aleatoria $N(0;\ \sigma_1)$ e Y otra variable $N(0; \sigma_2)$. De $p[X\geq 2] = 1-p[X<2]$ y $p[Y\geq 3]=1-p[Y<3]$; obtenemos $p[X<2]=0,8413$ y $p[Y<3]=0,8413$. Sea $Z_1 = X/\sigma_1$ y $Z_2 = Y/\sigma_2$; las variables Z_1 y Z_2 son N(0; 1); por tanto $p[X<2]=0,8413$ equivale a $p[Z_1<(2/\sigma_1)]=0,8413$; de donde $2/\sigma_1=0,9998$ y de aquí $\sigma_1=2,0004$. De otro lado, $p[Y<3]=0,8413$ equivale a que $p[Z_2<(3/\sigma_2)]=0,8413$; de donde $3/\sigma_2=0,9998$ y de aquí que $\sigma_2=3,0006$.

18. Un ascensor admite como peso máximo 300 kg. La población de usuarios tiene un peso que se distribuye según una ley normal de media 70 kg y desviación típica 10 kg.

Calcula la probabilidad de que cuatro personas cualesquiera de dicha población que suban al ascensor superen el peso máximo.

Solución

Sea X_1; X_2; X_3; X_4 cuatro variables aleatorias N (70; 10) correspondientes al peso de cada una de las personas que suben al ascensor; la variable aleatoria $Y = X_1+ X_2+ X_3+ X_4$ sigue una distribución normal de media E[Y] y desviación típica $[Var(Y)]^{1/2}$. Como $E[Y]= E[X_1]+ E[X_2]+ E[X_3]+ E[X_4]=4.70=280$. y $Var(Y)= Var[X_1]+ Var[X_2]+ Var[X_3]+ Var[X_4]=4.10^2=400$; luego, la desviación típica de Y: $\sigma_Y=(400)^{1/2}=20$. Por tanto Y sigue una N(280; 20). La probabilidad de que $p[Y>300]=1-p[Y \leq 300]=1-0,8413=0,1587$.

19. El peso (en gramos) de una pieza fabricada en serie se distribuye según una normal de media $\mu = 52$ y desviación típica $\sigma = 6,5$.

a) Hallar la probabilidad de que una pieza fabricada pese más de 68 gramos.

b) Si el 30 por 100 de las piezas fabricadas pesa mas que una pieza dada. ¿Cuánto pesa esta última?

Solución

Sea X la variable aleatoria; X sigue una N(52; 6,5).

a) p[X>68]=0,0069.

b) Sea x_p el peso de la pieza. P[X>x_p]=0,3; luego, p[X $\leq$ x_p]=0,7 de donde x_p =55,4086.

20. Un examen tipo test consta de diez preguntas, las cuales tienen cuatro posibles respuestas, siendo solo una de ellas correcta. Si una persona contestase al azar , es decir, eligiese de forma aleatoria una de las cuatro respuestas posibles de cada una de las 10 preguntas:

a) ¿Cuál sería el número esperado de respuestas correctas?

b) ¿Qué probabilidad tendría de acertar la respuesta correcta de al menos seis preguntas?

c) ¿Qué probabilidad tendría de no contestar ninguna pregunta correctamente?

Solución

Sea X la variable aleatoria "número de respuestas correctas de las 10 preguntas". X sigue una binomial B(10; ¼) es decir B(10; 0,25).

a) La E[X] =n .p =10.1/4=10/4=2,5.

b) p[X $\geq$ 6] que es igual a:

$$\binom{10}{6}0,25^6.0,75^4+\binom{10}{7}0,25^7.0,75^3+\binom{10}{8}0,25^8.0,75^2+\binom{10}{9}0,25^9.0,75^1+\binom{10}{10}0,25^{10}=0,0197$$

c) p[X=0]=$0,75^{10}$=0,0563

21. Se sabe que un determinado medicamento produce mejoría de cierta enfermedad a dos de cada tres pacientes. Se les administra a siete enfermos.

a) Calcular la probabilidad de que mejoren cuatro

b) Calcular la probabilidad de que mejoren al menos cuatro personas.

Solución

Sea X la variable aleatoria número de éxitos del medicamento en 7 pacientes. X sigue una binomial de parámetros n=7; p=2/3: B(7; 2/3).

$$a)\quad p[X=4]=\binom{7}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3=0,2561$$

$$b)\quad p[X\geq 4]=\sum_{k=4}^{7}\binom{7}{k}\left(\frac{2}{3}\right)^k\left(\frac{1}{3}\right)^{7-k}=0,8267$$

22. En un restaurante se sabe que la duración sin rotura de las copas en uso sigue una distribución normal. Se sabe que las copas duran, por término medio, 50 días, con una desviación típica de ocho días.

a) Calcular la probabilidad de que una copa dure menos de 35 días.

b) Calcular la probabilidad de que una copa dure mas de 60 días.

Solución

Sea X la variable aleatoria "duración sin roturas, en días, de una copa". X sigue una N(50; 8). a) p[X<35]=0,0304. b) p[X>60]=0,1056.

23. La probabilidad de que una pieza, elegida al azar de una gran población de piezas, sea defectuosa es 0,25. Se extraen 5 piezas

a) Calcular la probabilidad de obtener al menos una pieza defectuosa.

b) Calcular la probabilidad de obtener un número impar de piezas defectuosas.

c) Calcular la probabilidad de obtener como máximo tres piezas defectuosas.

d) Calcular el número medio de piezas defectuosas.

Solución

Sea X la variable aleatoria "número de piezas defectuosas en una muestra de 5". X sigue una binomial B(5; 0,25)

a) p[X ≥1]=0,7627

b) p[(X=1)∪[(X=3)∪[(X=5)]=0,3955+0,0879+0,0010=0,4844.

c) p[X≤ 3]=0,9844

d) E[X] =n . p=5.0,25=1,25.

24. La distribución de la duración de un embarazo en es aproximadamente normal, con media 266 días y desviación típica 16 días. Calcular:

a) La proporción de embarazos con una duración máxima de 244 días.

b) Los percentiles del 25%, del 50% y del 75% de la distribución considerada y comenta su significado.

Solución

Sea X la variable aleatoria "duración en días de un embarazo". X sigue una N(266; 16).

a) $p[X \leq 244]=0{,}0846$

b) $p[X<P_{25}]=0{,}25$ se obtiene $P_{25}=255{,}2081$; $p[X<P_{50}]=0{,}5$ se obtiene $P_{50}=266$; $p[X<P_{75}]=0{,}75$ se obtiene $P_{75}=276{,}7919$.

25. Supongamos una distribución normal de media 50 en la que la probabilidad de obtener un valor por encima de 70 es 0,0228. ¿Cuál es la desviación típica? ¿Cuál probabilidad de los valores por debajo de 45?

Solución

Sea X una variable aleatoria que se distribuye normalmente con N(50; σ). Si la $p[X>70]=0{,}0228$; se deduce que

$$p\left[\frac{X-50}{\sigma} > \frac{70-50}{\sigma}\right] = p\left[Z > \frac{20}{\sigma}\right] = 0{,}0228 \ \textit{donde } Z \textit{ se distribuye según una } N(0;1)$$

$$\textit{se deduce que } p\left[Z \leq \frac{20}{\sigma}\right] = 0{,}9772 \ y \ \frac{20}{\sigma} = 1{,}9991$$

Luego $\sigma=10{,}0045$. La $p[X<45]=0{,}3086$.